Universidade Estadual de Maringá
Mestrado Acadêmico em Bioestatística

Bioestatística

Isolde Previdelli
itsprevidelli@uem.br
isoldeprevidelli@gmail.com

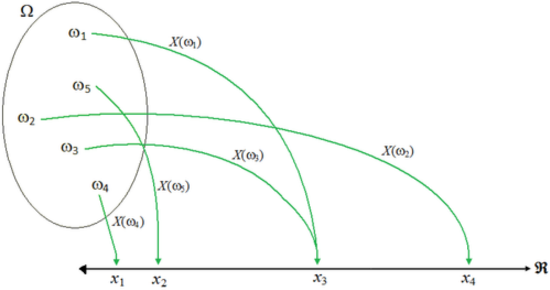
AULA 6 - Variáveis aleatórias

30 de Março de 2017

Sumário

Variável aleatória

- $X : \Omega \rightarrow$ é variável aleatória se o evento $[X \leq x] \in \Lambda, \forall x \in \mathbb{R}$, tal que:
- $X^{-1}(I) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in I\} \in \Lambda$, em outras palavras, X é tal que sua imagem inversa de intervalos $I \subset$ pertencem a $\sigma-$álgebra Λ.
- A função $x(\omega)$ associa a cada evento em Ω um número real.
- Variável aleatória é uma função do espaço amostral Ω nos reais, para qual é possível calcular a probabilidade de ocorrência de seus valores.



Variável aleatória

Variável aleatória discreta

- Seu campo de variação é um conjunto finito ou infinito enumerável.
- Para cada valor assumido existe uma certa probabilidade de ocorrência.

Variável aleatória contínua

- Seu campo de variação é um conjunto infinito(indeterminado) não-enumerável.
- A probabilidade e definida como a área entre dois pontos a e b.

Função de distribuição

A função de distribuição é útil pois permite obter qualquer informação sobre a variável aleatória:

Definição

- $F_x(x) = P(X \in (-\infty, x]) = P(X \leq x)$

Propriedades

- (F1) $\lim_{n \to -\infty} F(x) = 0$ e $\lim_{n \to \infty} F(x) = 1$;
- (F2) F é contínua à direita;
- (F3) F é não decrescente, isto é, $F(x) \leq F(y)$ sempre que $x \leq y, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

Função de probabilidade(f.p.)

- f.p. de uma variável aleatória discreta, representada por $P(X=x)=p(x)$, é qualquer função tal que:

  $X(\omega)\in\{x_1,x_2,\dots\}\forall\omega\in\Omega$, tem-se, $p(x_i)\geq 0$ e $\sum_{i=1}^{\infty} p(x_i)=1$

Função densidade de probabilidade(f.d.p.)

- f.d.p. de uma variável aleatória contínua, representada por $f_x(x)$ é qualquer função tal que:

  $f_x(x)\geq 0$ e $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)_x dx = 1$

Esperança matemática

- A esperança matemática de uma variável aleatória é usualmente referida como uma medida de posição da distribuição dessa variável.
- Valor esperado, pondera os valores assumidos da variável aleatória pelas respectivas probabilidades.
- É calculada para variáveis aleatórias discretas e contínuas.

Definição

Seja X uma variável aleatória **discreta**, a esperança matemática é:

$$\mu = E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_x(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$$

Esperança matemática

Definição

Seja X uma variável aleatória **contínua**, a esperança matemática é:

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x)$$

Propriedades da esperança matemática

Propriedades

- A esperança de uma constante é a própria constante: $E(K) = K$.
- Multiplicando uma variável aleatória X por uma constante, sua esperança fica multiplicada por essa constante: $E(KX) = KE(X)$.
- A esperança da soma ou da diferença de duas variáveis aleatórias é igual a soma ou diferença das esperanças: $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$.
- Somando ou subtraindo uma constante a uma variável aleatória, a esperança fica somada ou subtraída por essa constante: $E(X \pm K) = E(X) \pm K$.
- A esperança do produto de duas variáveis aleatórias com distribuição conjunta $P(x, y)$, será o produto das esperanças, sempre que as variáveis aleatórias forem independentes: $E(XY) = E(X)E(Y)$.

Variância

Definição

Seja X uma variável aleatória **discreta**, a sua variância é:

$$\sigma^2 = Var(x) = E[X - \mu]^2 = E(x^2) - [E(x)]^2$$

onde, $E(x^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 P(X = x_i)$

Variância

Definição

Seja X uma variável aleatória **contínua**, a sua variância é:

$$\sigma^2 = Var(x) = E[X-\mu]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_x(x)$$

Propriedades

- A variância de uma constante é zero, $Var(K) = 0$.
- Multiplicando-se uma variável aleatória por uma constante sua variância fica multiplicada pelo quadrado da constante, $Var(KX) = K^2 Var(X)$.
- Somando-se ou subtraindo-se uma constante à variável aleatória, sua variância não se altera, $Var(K \pm X) = Var(X)$
- A variância da soma ou da diferença de duas variáveis aletórias é: $V(X \pm Y) = Var(x) + Var(Y) \pm 2cov(X, Y)$, em que $cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$


scoring rules
probability
decision
forecasts
utility
probabilities
distribution
expected
used
family
relative
divergence
assessment
assessments
proper
risk
power
paper
functions
show
means
new
two
problem
Scoring rules
families
market
quantile
mean
simple
distance
score
maker
strictly
incentives
literature
baseline
entropy
measures
distributions
truthful
models

Obrigada!